Задание 6

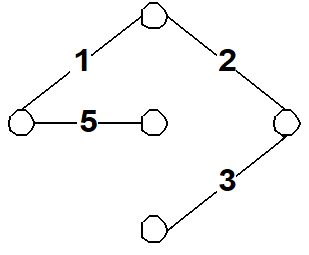
Пусть каждому ребру неориентированного графа соответствует некоторый элемент электрической цепи. Составить линейно независимые системы уравнений Кирхгофа для токов и напряжений. Пусть первому и пятому ребру соответствуют источники тока с ЭДС E1 и E2 (полярность выбирается произвольно), а остальные элементы являются сопротивлениями. Используя закон Ома, и, предполагая внутренние сопротивления источников тока равными нулю, получить систему уравнений для токов.

Дано:



Решение:

Выделим произвольным образом остовное дерево графа:



Добавляя любое из ребер, не вошедших в остовное дерево, получаем граф с некоторым простым циклом. Всего в остовное дерево не вошли ребер, поэтому можем получить 6 простых циклов. Они образуют цикловой базис графа.

Для графа, изображенного на рисунке, в цикловой базис войдут следующие циклы:;

;

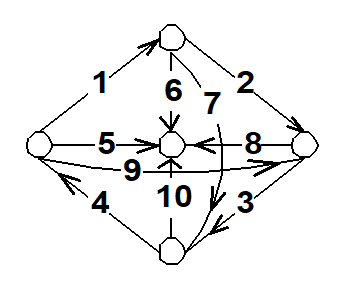
;

;

;

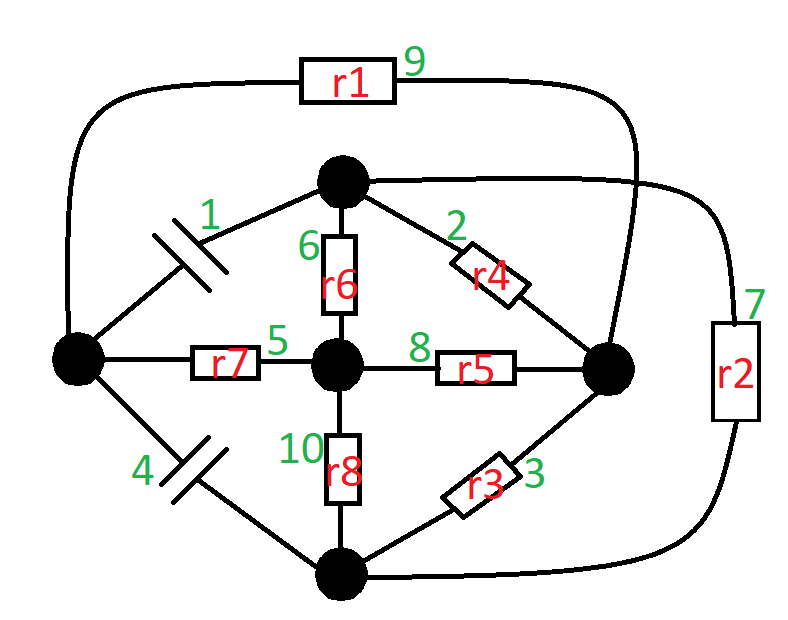
.

Введем произвольным образом ориентацию на ребрах графа:



Для графа, изображенного на рисунке, с выделенным ранее цикловым базисом и выбранной ориентацией ребер цикломатическая матрица имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | \* |  | \* | \* | \* | \* | \* |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  |  | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
|  |  | 1 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
|  |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

При построении циклового базиса графа мы поочередно добавляли к остовному дереву графа ребра . Выделим соответствующие этим ребрам столбцы в матрице символом «\*». Из выделенных столбцов составим матрицу. Ее определитель равен , а следовательно, ранг матрицы равен числу строк, т.е. 6. Пусть теперь заданный граф соответствует следующей электрической цепи:

Выберем произвольным образом направления токов в элементах цепи. Пусть эти направления соответствуют выбранной ранее ориентации ребер графа. Выпишем систему уравнений Кирхгофа для напряжений:

;

;

;

;

;

.

C учетом закона Ома, а также того, что имеем:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
|  |  | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
|  | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 |
|  |  | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1 |
|  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Система линейно независимых уравнений Кирхгофа для токов имеет вид:

Таким образом, общей системой уравнений для токов является объединение систем: